Рассмотрим задачу с Олимпиады “Покори Воробьевы горы” 2011г., очный тур:

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^3 - ax^2 - (a^3 - 6a^2 + 5a + 8)x - (a-3)^3 = 0$$

имеет три различных корня, образующих геометрическую последовательность. Найти эти корни.

Пожалуйста, записываем условие, решаем задачу (15-30 мин. достаточно). Сверяемся с ответом:

$$a = 2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$a = 4 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

https://репетитор-мгу.рф/

Для сверки/просмотра кликаем Enter (или PageDown, или колёсико). После каждой паузы записываем своё решение и кликаем, сверяемся.

Решение. Пусть x_1, x_2, x_3 – корни уравнения, образующие геометрическую последовательность. Тогда $x_2^2 = x_1 x_3$.
По т.Виета (записываем, потом сверяемся)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = & a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_1x_2x_3 & = & (a-3)^3 \end{cases}$$

Далее, рассмотрите условие по геометрической последовательности. Учитывая $x_2^2 = x_1x_3$, получаем $x_2^3 = (a-3)^3$, или $x_2 = a - 3$.

Для сверки/просмотра кликаем Enter (или PageDown, или колёсико). После каждой паузы записываем своё решение и кликаем, сверяемся.

Решение. Пусть x_1, x_2, x_3 – корни уравнения, образующие геометрическую последовательность. Тогда $x_2^2 = x_1x_3$.
По т.Виета (записываем, потом сверяемся)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = & a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_1x_2x_3 & = & (a-3)^3 \end{cases}$$

Далее, рассмотрите условие по геометрической последовательности. Учитывая $x_2^2 = x_1x_3$, получаем $x_2^3 = (a-3)^3$, или $x_2 = a - 3$.

Для сверки/просмотра кликаем Enter (или PageDown, или колёсико). После каждой паузы записываем своё решение и кликаем, сверяемся.

Решение. Пусть x_1, x_2, x_3 – корни уравнения, образующие геометрическую последовательность. Тогда $x_2^2 = x_1 x_3$.
По т.Виета (записываем, потом сверяемся)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = & a \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_1 x_2 x_3 & = & (a-3)^3 \end{cases}$$

Далее, рассмотрите условие по геометрической последовательности.
Учитывая $x_2^2 = x_1 x_3$, получаем $x_2^3 = (a-3)^3$, или $x_2 = a - 3$.

https://репетитор-мгу.рф/

Для сверки/просмотра кликаем Enter (или PageDown, или колёсико).
После каждой паузы записываем своё решение и кликаем, сверяемся.

Решение. Пусть x_1, x_2, x_3 – корни уравнения, образующие геометрическую последовательность. Тогда $x_2^2 = x_1 x_3$.
По т.Виета (записываем, потом сверяемся)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = \quad a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 & = \quad -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_1x_2x_3 & = \quad (a-3)^3 \end{cases}$$

Далее, рассмотрите условие по геометрической последовательности.
Учитывая $x_2^2 = x_1x_3$, получаем $x_2^3 = (a-3)^3$, или $x_2 = a - 3$.

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1 x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1 x_3 + (x_1 + x_3) x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Таким образом, получаем систему (записываем)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ x_1 x_3 + (x_1 + x_3)x_2 & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

или (получаем уравнение для параметра a)

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 3 \\ (a-3)^2 + 3(a-3) & = & -(a^3 - 6a^2 + 5a + 8) \\ x_2 & = & a - 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения получим (записываем, потом сверяемся)

$$a^3 - 5a^2 + 2a + 8 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).

Вначале проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 4,\ \pm 8\}$$

Найдя корень $a = -1$, найдите остальные два из квадратного уравнения (записываем, потом сверяемся). Корни $a \in \{-1, 2, 4\}$.

Таким образом, получены необходимые условия для параметра a, т.е. искомые для уравнения значения параметра содержатся в множестве $\{-1, 2, 4\}$.

Будет ли это ответом?

Необходима проверка на достаточность этих значений, т.е. какие значения параметра из этого множества удовлетворяют исходному уравнению.

Последовательно проверяем все значения из полученного множества.

Вначале проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 4,\ \pm 8\}$$

Найдя корень $a = -1$, найдите остальные два из квадратного уравнения (записываем, потом сверяемся). Корни $a \in \{-1, 2, 4\}$.

Таким образом, получены необходимые условия для параметра a, т.е. искомые для уравнения значения параметра содержатся в множестве $\{-1, 2, 4\}$.

Будет ли это ответом?

Необходима проверка на достаточность этих значений, т.е. какие значения параметра из этого множества удовлетворяют исходному уравнению.

Последовательно проверяем все значения из полученного множества.

Вначале проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 4,\ \pm 8\}$$

Найдя корень $a = -1$, найдите остальные два из квадратного уравнения (записываем, потом сверяемся). Корни $a \in \{-1, 2, 4\}$. Таким образом, получены необходимые условия для параметра a, т.е. искомые для уравнения значения параметра содержатся в множестве $\{-1, 2, 4\}$.
Будет ли это ответом?
Необходима проверка на достаточность этих значений, т.е. какие значения параметра из этого множества удовлетворяют исходному уравнению.
Последовательно проверяем все значения из полученного множества.

Вначале проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 4,\ \pm 8\}$$

Найдя корень $a = -1$, найдите остальные два из квадратного уравнения (записываем, потом сверяемся). Корни $a \in \{-1, 2, 4\}$.
Таким образом, получены необходимые условия для параметра a, т.е. искомые для уравнения значения параметра содержатся в множестве $\{-1, 2, 4\}$.
Будет ли это ответом?
Необходима проверка на достаточность этих значений, т.е. какие значения параметра из этого множества удовлетворяют исходному уравнению.
Последовательно проверяем все значения из полученного множества.

Вначале проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 4,\ \pm 8\}$$

Найдя корень $a = -1$, найдите остальные два из квадратного уравнения (записываем, потом сверяемся). Корни $a \in \{-1, 2, 4\}$.
Таким образом, получены необходимые условия для параметра a, т.е. искомые для уравнения значения параметра содержатся в множестве $\{-1, 2, 4\}$.
Будет ли это ответом?
Необходима проверка на достаточность этих значений, т.е. какие значения параметра из этого множества удовлетворяют исходному уравнению.
Последовательно проверяем все значения из полученного множества.

1) Пусть $a = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 + x^2 + 4x + 64 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся). Проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32, \pm 64\}$$

Находим, $x = -4$. Понижаем степень многочлена и убеждаемся, что других действительных корней нет

$$(x+4)(x^2 - 3x + 16) = 0$$

Таким образом, $a = -1$ не удовлетворяет условию задачи (должно быть три различных корня).

1) Пусть $a = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 + x^2 + 4x + 64 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся).
Проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32, \pm 64\}$$

Находим, $x = -4$. Понижаем степень многочлена и убеждаемся, что других действительных корней нет

$$(x+4)(x^2 - 3x + 16) = 0$$

Таким образом, $a = -1$ не удовлетворяет условию задачи (должно быть три различных корня).

https://репетитор-мгу.рф/

1) Пусть $a = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 + x^2 + 4x + 64 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся). Проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm1, \pm2, \pm4, \pm8, \pm16, \pm32, \pm64\}$$

Находим, $x = -4$. Понижаем степень многочлена и убеждаемся, что других действительных корней нет

$$(x+4)(x^2 - 3x + 16) = 0$$

Таким образом, $a = -1$ не удовлетворяет условию задачи (должно быть три различных корня).

1) Пусть $a = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 + x^2 + 4x + 64 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся). Проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32, \pm 64\}$$

Находим, $x = -4$. Понижаем степень многочлена и убеждаемся, что других действительных корней нет

$$(x+4)(x^2 - 3x + 16) = 0$$

Таким образом, $a = -1$ не удовлетворяет условию задачи (должно быть три различных корня).

1) Пусть $a = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 + x^2 + 4x + 64 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся). Проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32, \pm 64\}$$

Находим, $x = -4$. Понижаем степень многочлена и убеждаемся, что других действительных корней нет

$$(x+4)(x^2 - 3x + 16) = 0$$

Таким образом, $a = -1$ не удовлетворяет условию задачи (должно быть три различных корня).

1) Пусть $a = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 + x^2 + 4x + 64 = 0$$

Находим самостоятельно корни уравнения (решаем, потом сверяемся). Проверяем наличие рациональных корней из множества

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32, \pm 64\}$$

Находим, $x = -4$. Понижаем степень многочлена и убеждаемся, что других действительных корней нет

$$(x + 4)(x^2 - 3x + 16) = 0$$

Таким образом, $a = -1$ не удовлетворяет условию задачи (должно быть три различных корня).

2) Пусть $a = 2$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Очевиден корень $x = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$(x+1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

Отсюда (записываем значения неизвестного x, сверяемся)

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Отсюда, параметр $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

2) Пусть $a = 2$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Очевиден корень $x = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$(x+1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

Отсюда (записываем значения неизвестного x, сверяемся)

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Отсюда, параметр $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

2) Пусть $a = 2$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Очевиден корень $x = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$(x+1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

Отсюда (записываем значения неизвестного x, сверяемся)

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Отсюда, параметр $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

2) Пусть $a = 2$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Очевиден корень $x = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$(x+1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

Отсюда (записываем значения неизвестного x, сверяемся)

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Отсюда, параметр $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

2) Пусть $a = 2$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Очевиден корень $x = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$(x+1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

Отсюда (записываем значения неизвестного x, сверяемся)

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \; x_2 = -1, \; x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Отсюда, параметр $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

2) Пусть $a = 2$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Очевиден корень $x = -1$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$(x + 1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

Отсюда (записываем значения неизвестного x, сверяемся)

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Отсюда, параметр $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x - 1)(x^2 - 3x + 1) = 0$.
Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии.
Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$, $x_2 = -1$, $x_3 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$;
при $a = 4$, $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$, $x_2 = 1$, $x_3 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0$.
Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии.
Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $\quad x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$;

при $a = 4$, $\quad x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0$. Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $\quad x_1 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$;

при $a = 4$, $\quad x_1 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0$.
Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \; x_2 = 1, \; x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии.
Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $\;x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \; x_2 = -1, \; x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$;

при $a = 4$, $\;x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \; x_2 = 1, \; x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0$.
Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии. Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = -1$, $x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$;
при $a = 4$, $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = 1$, $x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0$.
Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии.
Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $\quad x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$;
при $a = 4$, $\quad x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

3) Пусть $a = 4$. Получаем уравнение (записываем, потом сверяемся)

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Очевиден корень $x = 1$. Получаем $(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0$.
Отсюда, корни

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Все три корня удовлетворяют условию геометрической прогрессии.
Таким образом, параметр $a = 4$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ. При $a = 2$, $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$;
при $a = 4$, $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.