

6-32

ВАРИАНТ № 63 ВМК 1986

1. Решить неравенство

$$\log_2(x+5) \leq 1 - \log_2(x-3).$$

2. Найти координаты точки, лежащей на прямой $7x+5y=37$ и наименее удаленной от начала координат.

3. Завод, выпускающий ЭВМ трех типов, перевыполнил план, который составлял 130 ЭВМ. ЭВМ первого типа, в количестве в два раза больше, чем ЭВМ третьего типа, а количеству произведенных ЭВМ второго типа кратно числу ЭВМ третьего типа. При увеличении производства ЭВМ второго типа в три раза их число преобразовалось бы количеством произведенных ЭВМ первого типа на 3%. Сколько ЭВМ сверх плана выпустил завод?

4. В окружности радиуса $R = 2\sqrt{3}$ проведены хорда AB и диаметр AK , образующий с хордой угол $\frac{\pi}{6}/12$. В точке B проведена касательная к окружности, пересекающая продолжение диаметра AK в точке C . Найти длину медианы AM треугольника ABC .

5. Решить уравнение

$$3 + \sin \frac{15x}{4} \cdot \cos x = \sqrt{3} \sin x + \cos 3x.$$

6. Найти значения a и b , при которых наибольшее значение функции $y(x) = \left| \frac{25}{9} \frac{x^2+2-x-2}{2x+2-x+2} + (a-2b) \frac{5}{3} \frac{2-x-1}{2x+1} + 2a-b \right|$ на отрезке $[-2; 2]$ является наименьшим.

Вариант 72.

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sin y \cdot \cos x + \sin x &= 0 \\ 2 \cos^2 y + \sin y \cdot \sin x &= \cos 2y \cdot \cos x. \end{aligned}$$

2. Решить неравенство:

$$\log_2 x - \frac{4}{25} \left(\frac{x^2 - 14x + 51}{50} \right) \leq 0.$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведены биссектриса $CL = a$ и медиана $CM = b$. Найти площадь треугольника ABC .

4. Точки A, B, C, D, E, F лежат на сфере радиуса $\sqrt{2}$. Отрезки AD, BE и CF пересекаются в точке S , находящейся на расстоянии 1 от центра сферы. Объемы пирамид $SABC$ и $SDEF$ относятся, как $1:9$, пирамид $SABF$ и $SDEC$ — как $4:9$, пирамид $SAEC$ и $SDBF$ — как $9:4$. Найти отрезки SA, SB, SC .

5. Из пункта A одновременно стартуют три бегуна и одновременно финишируют в том же пункте, пробежав по маршруту, состоящему из прямолинейных отрезков AB, BC, CA образующих треугольник ABC . На каждом из указанных отрезков скорости всех бегунов постоянны и равны у первого $10, 16$ и $14 \frac{\text{кил}}{\text{час}}$ соответственно, у второго — $12, 10$ и $16 \frac{\text{кил}}{\text{час}}$ соответственно. Третий бегун в пунктах B и C оказывается не один и меняет скорость на марше один раз. Установить, является ли треугольник ABC остроугольным или тупоугольным.