ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ МГУ ИМ. М. В.ЛОМОНОСОВА

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (ПИСЬМЕННО).

Вариант 1995 г. (Основной экзамен)

1. Найти все целые числа n и m, для которых $3n^2+2nm=11$ и $n+2m\geq 10$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 5x+xy+5y=10+7\sqrt{3} \\ x^2+y^2=7. \end{cases}$

3. Медианы BK и CL треугольника ABC пересекаются в точке M под прямым углом. $AC=b$, $AB=c$.Найти площадь четырехугольника $AKML$.

4. Решить неравенство

$$\log_{2\sin x-1}(43-4\sin x+4\sin^2 x-x^2+x)\leq 3\log_3 2/\log_3(2\sqrt{2})$$

5. Транспортное агентство осуществляет грузовые перевозки. Стоимость одного рейса при загрузке машины a тоннами груза складывается из эксплуатационных расходов $p_2 a^2$ тысяч руб., оплаты труда водителя p_3 тыс. руб. и прочих расходов $p_1 a$ тыс. руб. Числа p_1, p_2, p_3 являются соответственно первым, третьим и шестнадцатым членами некоторой арифметической прогрессии. Их сумма равна 340, а разность прогрессии d является корнем уравнения $d^2-37d+340=0$. Агентство должно израсходовать 10000 тысяч руб. Если выполнено 12 одинаковых рейсов, то суммарная масса перевезенного груза больше 40 тонн. Сколько следует выполнить рейсов, чтобы масса перевезенного груза была максимальной ?

6. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с параллельными гранями $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ длина ребра равна 1. Точки K и N являются серединами ребер DC и BC соответственно. Точка M лежит на ребре CC_1 и $MC=2/3$. Найти минимальное значение радиусов сфер, проходящих через точки M, N, K и касающихся плоскости BB_1D_1D.

Ответы: **1.** $n=-11,\ m=16$. **2.** $(x,y)\in\{(2,\sqrt{3});(\sqrt{3},2)\}$.

3. $\dfrac{\sqrt{(4b^2-c^2)(4c^2-b^2)}}{30}$.

4. $x\in\left(\frac{-11\pi}{6},\frac{-3\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{-3\pi}{2},\frac{-7\pi}{6}\right)\cup\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right)\cup\left(\frac{13\pi}{6},7\right]$.

5. 17. **6.** $\dfrac{57\sqrt{2}-64}{36}$.