

Вариант 1995 г. (Основной экзамен)

1. Найти все целые числа n и m , для которых $3n^2 + 2nm = 11$ и $n + 2m \geq 10$.

2. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 5x + xy + 5y = 10 + 7\sqrt{3} \\ x^2 + y^2 = 7. \end{cases}$$

3. Медианы BK и CL треугольника ABC пересекаются в точке M под прямым углом. $AC = b$, $AB = c$. Найти площадь четырехугольника $AKML$.

4. Решить неравенство

$$\log_{2 \sin x - 1}(43 - 4 \sin x + 4 \sin^2 x - x^2 + x) \leq 3 \log_3 2 / \log_3(2\sqrt{2})$$

5. Транспортное агентство осуществляет грузовые перевозки. Стоимость одного рейса при загрузке машины a тоннами груза складывается из эксплуатационных расходов $p_2 a^2$ тысяч руб., оплаты труда водителя p_3 тыс. руб. и прочих расходов $p_1 a$ тыс. руб. Числа p_1, p_2, p_3 являются соответственно первым, третьим и шестнадцатым членами некоторой арифметической прогрессии. Их сумма равна 340, а разность прогрессии d является корнем уравнения $d^2 - 37d + 340 = 0$. Агентство должно израсходовать 10000 тысяч руб. Если выполнено 12 одинаковых рейсов, то суммарная масса перевезенного груза больше 40 тонн. Сколько следует выполнить рейсов, чтобы масса перевезенного груза была максимальной?

6. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с параллельными гранями $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$ длина ребра равна 1. Точки K и N являются серединами ребер DC и BC соответственно. Точка M лежит на ребре CC_1 и $MC = 2/3$. Найти минимальное значение радиусов сфер, проходящих через точки M, N, K и касающихся плоскости $BB_1 D_1 D$.

Ответы: 1. $n = -11, m = 16$. 2. $(x, y) \in \{(2, \sqrt{3}); (\sqrt{3}, 2)\}$.

3.
$$\frac{\sqrt{(4b^2 - c^2)(4c^2 - b^2)}}{30}$$
.

4.
$$x \in \left(-\frac{11\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2} \right) \cup \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6} \right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right) \cup \left(\frac{13\pi}{6}, 7 \right]$$
.

5. 17. 6.
$$\frac{57\sqrt{2} - 64}{36}$$
.