ВАРИАНТ 812

I. Три экскаватора участвовали в рытье котлована объемом $340 м^3$. За один час первый экскаватор вынимает $40 м^3$ грунта, второй – на $c\ м^3$ меньше первого, а третий – на $2c\ м^3$ больше первого. Сначала работали одновременно первый и второй экскаваторы и выкопали $140 м^3$ грунта. Затем оставшуюся часть котлована выкопали, работая одновременно, первый и третий экскаваторы. Определить значение $c\ (0<c<15)$, при котором котлован выкопан за 4 часа, если работа велась без перерыва.

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{2x-1}}=(2x-1)^{\log_{\frac{1}{4}}(1+7x-2x^2)}$$

3. В треугольнике ABC длина стороны BC равна 2 см, длина высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, равна $\sqrt{2}$ см, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен $\sqrt{5}$ см. Найти длины сторон AB и AC треугольника, если известно, что угол ABC – острый.

4. Для всех вещественных значений a решить уравнение

$$(3a+4)^2\log_2(-2x-x^2)+(a-2)^2\log_7\left(1-\frac{x^2}{3}\right)=0.$$

5. Найти все решения уравнения $|\cos x|+\sin(2x+3)=0$, удовлетворяющие условию $|x|\le\frac{3}{2}\pi$.

6. В пирамиде $MNPQ$ длина медианы грани MNQ, проведенной из вершины N, равна $\sqrt{17}$, величина угла между ребром PQ и гранью MPN равна $\arcsin\frac{1}{4}\sqrt{\frac{71}{5}}$. Кроме того $|PQ|=|QN|-\frac{1}{2}|MP|, |MP|=|PN|, |MQ|>\frac{3}{2}|PN|$. Известно, что центры вписанных окружностей любых двух граней лежат в одной плоскости с некоторым ребром пирамиды. Найти длину высоты пирамиды $MNPQ$, опущенной из вершины N.

Вариант 72.

I. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases}\sin y\cdot\cos x+\sin x=0\\ 2\cos^2 y+\sin y\cdot\sin x=\cos 2y\cdot\cos x.\end{cases}$$

2. Решить неравенство:

$$\log_{2x-\frac{4}{25}}\left(\frac{x^2-14x+51}{50}\right)\le 0.$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведены биссектриса $CL=a$ и медиана $CM=b$. Найти площадь треугольника ABC.

4. Точки A, B, C, D, E, F лежат на сфере радиуса $\sqrt{2}$. Отрезки AD, BE и CF пересекаются в точке S, находящейся на расстоянии 1 от центра сферы. Объемы пирамид $SABC$ и $SDEF$ относятся, как $1:9$, пирамид $SABF$ и $SDEC$ – как $4:9$, пирамид $SAEC$ и $SDBF$ – как $9:4$. Найти отрезки SA, SB, SC.

5. Из пункта A одновременно стартуют три бегуна и одновременно финишируют в том же пункте, пробежав по маршруту, состоящему из прямолинейных отрезков AB, BC, CA образующих треугольник ABC. На каждом из указанных отрезков скорости всех бегунов постоянны и равны у первого 10, 16 и $14\ \frac{км}{час}$ соответственно, у второго – 12, 10 и $16\ \frac{км}{час}$ соответственно. Третий бегун в пунктах B и C оказывается не один и меняет скорость на маршруте один раз. Установить, является ли треугольник ABC остроугольным или тупоугольным.