

1. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

2. Решить уравнение

$$\sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0.$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины C прямого угла опущена высота CN на гипотенузу AB . Известно, что $|BC| = 5$, $|CN| = 4$. Найти площадь треугольника ABC .

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$(a+1)x^2 - ax + (a-3) = 0$$

имеет не более одного действительного корня?

5. Две точки движутся с постоянными скоростями в направлении по часовой стрелке по окружностям, которые лежат в одной плоскости и имеют общий центр. В момент начала движения обе точки и центр окружностей лежат на одной прямой. После старта расстояние между точками увеличивалось и через 3 сек достигло $\frac{3}{2}$ см. Затем оно продолжало увеличиваться, впервые достигло 2 см и в течение 3 сек оставалось не меньше 2 см, после чего вновь стало меньше 2 см. Площадь ромба, длины диагоналей которого равны длинам данных окружностей, равна $2\pi^2 \text{ см}^2$. Найти тангенс тупого угла ромба.

6. В пирамиде $SABC$ произведение длин ребер каждой из четырех граней равно одному и тому же числу. Длина высоты пирамиды, опущенной из S на грань ABC , равна $2\sqrt{\frac{102}{55}}$, а величина угла SAB равна $\arccos\left(\frac{4}{6}\sqrt{\frac{17}{2}}\right)$.

Найти объем пирамиды $SABC$, если

$$|SA|^2 + |SB|^2 - 5|SC|^2 = 60.$$

1. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

2. Решить уравнение

$$\sin 2x + \sqrt{2} \cos x = 0.$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины B прямого угла опущена высота BK на гипотенузу AC . Известно, что $|AK| = 5$, $|AB| = 13$. Найти площадь треугольника ABC .

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$(2a+1)x^2 - ax + a - 2 = 0$$

имеет два действительных корня?

5. Две точки движутся с постоянными скоростями по окружностям, которые лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Направление движения одной точки — по часовой стрелке, другой — против часовой стрелки. В момент начала движения обе точки и центр окружностей лежат на одной прямой. После старта расстояние между точками сначала уменьшалось, а через 7 мин составило 5 м. Через некоторое время был зафиксирован другой момент t (t неизвестно), когда расстояние равно 5 м, причем в промежутке между этими моментами расстояние ни разу не принимало значение 5 м. Через 10,5 мин после момента t расстояние равнялось 3 м. Площадь ромба, длины диагоналей которого равны длинам радиусов данных окружностей, равна 2 м^2 . Найти тангенс острого угла ромба.

6. В пирамиде $SABC$ суммы длин ребер каждой из четырех граней равны одному и тому же числу. Величина угла между гранями SCB и ACB равна $\arccos \frac{34}{49}$, а длина высоты треугольника ABC , опущенной из B на AC , равна $\frac{7}{\sqrt{5}}$. Найти объем пирамиды $SABC$, если

$$|SA|^2 - |SB|^2 = 5.$$