

1. Решить уравнение

$$x^2 \cdot 3^{x-2} + 3^{\sqrt{x}+2} = 3^x + x^2 \cdot 3^{\sqrt{x}}$$

Ответ: $x = 3, x = 4$.

2. Найти все x из интервала $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, удовлетворяющие неравенству

$$\cos 2x + \sin 2x + \cos x - \sin x \leq 1$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < x \leq -\frac{\pi}{6}$

3. В трехугольной пирамиде каждое боковое ребро равно единице, а боковые грани равновелики. Найти объем пирамиды, если известно, что один из двугранных углов при основании прямой.

Ответ: $\frac{2}{9\sqrt{3}}$

4. Найти все значения α , при которых решения системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 2x \leq \alpha - 1 \\ x^2 - 4x \leq 1 - 4\alpha \end{cases}$$

образуют на числовой оси отрезок длины единица.

5. Четырехугольник $KLMN$ вписан в окружность.

Через его вершины проведены касательные к этой окружности, образующие четырехугольник, который также можно вписать в окружность. Найти площадь четырехугольника $KLMN$, если его периметр равен P и $MN = 2ML = 8LK$.

Ответ: $\frac{9P^2}{200}$

— 11 —
В 1972 г. прием документов с 25 мая по 4 июля.

1. Решить уравнение

$$x^2 \log_3(x^2) - (2x^2 + 3) \log_3(2x + 3) = 3 \log_3 \left(\frac{x}{2x + 3} \right)$$

Ответ: $x = 3, x = \sqrt{\frac{3}{2}}$

2. Найти все x из отрезка $0 \leq x \leq \pi$, удовлетворяющие неравенству

$$\sin 2x + \sin x - \sqrt{2} \cos x < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{2\pi}{3} < x < \frac{3\pi}{4}, 0 \leq x < \frac{\pi}{4}$

3. Боковые грани четырехугольной пирамиды — равные равнобедренные треугольники, а в основании пирамиды лежит ромб, одна диагональ которого в два раза длиннее другой. Найти объем пирамиды, если известно, что площадь боковой поверхности равна 6 , а среди боковых ребер есть два ребра, составляющие тупой угол.

Ответ: $\frac{4}{3}$

4. Найти все значения α , при которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq \alpha \\ x^2 - 2x \leq 3 - 6\alpha \end{cases}$$

Ответ: $\alpha = -1, \alpha = 0$

имеет единственное решение.

5. В четырехугольник $ABCD$ можно вписать и вокруг него можно описать окружность. Диагональ AC делит площадь четырехугольника пополам. Найти длину диагонали BD , если радиус вписанной окружности равен r , а периметр четырехугольника равен P .

Ответ: $\frac{2rP}{\sqrt{P^2 - 4r^2}}$