

ВАРИАНТ 32

1. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.

2. Решить уравнение

$$\sin 2x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины A прямого угла опущена высота AH на гипотенузу BC . Известно, что $|AC| = 5$, $|HC| = 3$. Найти площадь треугольника ABC .

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$(2a-1)x^2 + ax + 2a - 3 = 0$$

имеет не более одного действительного корня?

5. Две точки движутся с постоянными скоростями по окружностям, которые лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Направление движения одной точки — по часовой стрелке, другой — против часовой стрелки. В начальный момент отрезки, соединяющие точки с центром окружностей, взаимно перпендикулярны, а расстояние между точками равно $\sqrt{10}$ м. После старта расстояние между точками сначала увеличивалось, а через 8 мин составило $\sqrt{\frac{250+27\sqrt{19}}{5}}$ м. Кроме того, с интервалом 8 мин было зафиксировано два момента, когда расстояние равнялось $\sqrt{\frac{71}{5}}$ м, а в промежутке между этими моментами расстояние ни разу не принимало значение $\sqrt{\frac{71}{5}}$ м. Найти длину большей окружности.

6. В пирамиде $SABC$ проведены длины ребер, выходящих из каждой вершины, равны одному и тому же числу. Величина угла между ребром SA и гранью ABC равна $\arcsin \frac{4}{\sqrt{21}}$, а расстояние между ребрами SC и AB равно 1. Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если известно, что она не меньше 4, а

$$3|SA|^2 + |SC|^2 = 3|SB|^2$$

ВАРИАНТ 31

1. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

2. Решить уравнение

$$\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины B прямого угла опущена высота BD на гипотенузу AC . Известно, что $|AB| = 13$, $|BD| = 12$. Найти площадь треугольника ABC .

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$(3a-1)x^2 + 2ax + 3a - 2 = 0$$

имеет два действительных корня?

5. Две точки движутся с постоянными скоростями по окружностям, которые лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Направление движения одной точки — по часовой стрелке, другой — против часовой стрелки. В момент начала движения обе точки и центр окружностей лежат на одной прямой, а расстояние между точками $\frac{16}{7}$ см. После старта расстояние между точками сначала уменьшалось, а через 11 сек составило $\frac{\sqrt{207}}{7}$ см. Кроме того, с интервалом в 11 сек было зафиксировано два момента, когда расстояние равнялось $\frac{\sqrt{158}}{7}$ см, а в промежутке между этими моментами расстояние ни разу не принимало значение $\frac{\sqrt{158}}{7}$ см. Найти минимальное расстояние между точками.

6. В пирамиде $SABC$ суммы длин ребер, выходящих из каждой вершины, равны одному и тому же числу. Величина тупого угла между ребрами SB и AC равна $\arccos(\frac{1}{3})$, радиус вписанной в пирамиду сферы равен $\sqrt{\frac{3}{13}}$ и $|SA|^2 + |SC|^2 = 12$. Найти объем пирамиды $SABC$, если известно, что он не превосходит $\frac{5}{3}$.